



Guía de Aprendizaje N°4  
Unidad Uno ♥ Números  
Segundo Medio

Nombre:

Curso:

Fecha:

Aprendizajes Esperados:

(OA1) Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales.

Importante: No es obligación imprimir esta guía, puedes copiarla y desarrollarla en tu cuaderno, estudiarla desde tu computador o dispositivo móvil. Consultas al correo electrónico [karinna@cesp.cl](mailto:karinna@cesp.cl)

## OPERATORIA CON RAÍCES

### ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE RAÍCES



Para que dos o más raíces se puedan sumar o restar es necesario que estén definidas en los números reales y que sean semejantes, es decir, deben tener el mismo índice y la misma cantidad subradical.

Ejemplos:

$$1) 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 7\sqrt{2} = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$$

$$2) 2\sqrt{5} - 7\sqrt{7} - 5\sqrt{11} + 3\sqrt{5} + \sqrt{7} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 7\sqrt{7} + \sqrt{7} - 5\sqrt{11} = 5\sqrt{5} - 6\sqrt{7} - 5\sqrt{11}$$

¿Qué sucede si los índices son los mismos pero las cantidades subradicales son distintas?

Aquí es donde debemos descomponer raíces y, luego, buscar aquellas que tengan igual cantidad subradical para poder sumarlas o restarlas, según sea el caso.



Ejemplos:

Ejemplo 1

$$\begin{aligned} & \sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{112} - 17\sqrt{7} \\ &= \sqrt{4 \cdot 7} - \sqrt{9 \cdot 7} + \sqrt{16 \cdot 7} - 17\sqrt{7} \\ &= 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{7} - 17\sqrt{7} \\ &= -14\sqrt{7} \end{aligned}$$

Ejemplo 2

$$\begin{aligned} & 4\sqrt{2} + 5\sqrt{5} - 7\sqrt{32} - 8\sqrt{20} - 6\sqrt{8} \\ &= 4\sqrt{2} + 5\sqrt{5} - 7\sqrt{16 \cdot 2} - 8\sqrt{4 \cdot 5} - 6\sqrt{4 \cdot 2} \\ &= 4\sqrt{2} + 5\sqrt{5} - 7 \cdot 4\sqrt{2} - 8 \cdot 2\sqrt{5} - 6 \cdot 2\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} + 5\sqrt{5} - 28\sqrt{2} - 16\sqrt{5} - 12\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} - 28\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 5\sqrt{5} - 16\sqrt{5} \\ &= -36\sqrt{2} - 11\sqrt{5} \end{aligned}$$

Ejemplo 3

$$\begin{aligned} & \sqrt{45} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135} - \sqrt{80} \\ &= \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt[3]{8 \cdot 5} - \sqrt[3]{27 \cdot 5} - \sqrt{16 \cdot 5} \\ &= 3\sqrt{5} + 2\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{5} - 4\sqrt{5} \\ &= -\sqrt{5} - \sqrt[3]{5} \end{aligned}$$

## EJERCICIOS

- a)  $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} =$   
b)  $\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{3} =$   
c)  $\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{2} + \sqrt{2} =$   
d)  $4\sqrt{2} - 3\sqrt{12} + 3\sqrt{75} - 6\sqrt{8} =$   
e)  $\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - 11\sqrt{112} =$   
f)  $5\sqrt{54} - 2\sqrt{384} + 4\sqrt{96} =$   
g)  $3\sqrt{28} - 2\sqrt{20} + 5\sqrt{80} - 4\sqrt{63} =$   
h)  $\sqrt[3]{250} - 3\sqrt[3]{54} + 5\sqrt[3]{128} =$   
i)  $7\sqrt[4]{5} + 6\sqrt[3]{6} - 5\sqrt[4]{5} - 7\sqrt[3]{6} =$   
j)  $4\sqrt[3]{32} + 3\sqrt[3]{108} - \sqrt[3]{500} =$

### PRODUCTO DE RAÍCES



El producto de dos o más raíces, definidas en los números reales, con igual índice es otra raíz que tiene el mismo índice y cuya cantidad subradical es el producto de las cantidades subradicales de los factores.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

con  $n \neq 0$

Ejemplos:

- 1)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{3 \cdot 5} = \sqrt{15}$   
2)  $2\sqrt{5} \cdot 7\sqrt{6} = (2 \cdot 7)\sqrt{5 \cdot 6} = 14\sqrt{30}$   
3)  $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{11} = \sqrt[3]{7 \cdot 11} = \sqrt[3]{77}$   
4)  $4\sqrt[3]{5} \cdot 8\sqrt[3]{9} = (4 \cdot 8)\sqrt[3]{5 \cdot 9} = 32\sqrt[3]{45}$

### Propiedad Distributiva

¿Cómo resolver esto?

$$\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{5})$$

Debemos aplicar la propiedad distributiva respecto de la adición. Pon atención en lo siguiente, ¡lo resolveremos!



$$\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{5}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{6} + \sqrt{15}$$

Se debe realizar una multiplicación "término a término", en este caso, la  $\sqrt{3}$  se debe multiplicar por cada uno de los términos que hay dentro del paréntesis.

Otros ejemplos:

Ejemplo 1

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}(\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - \sqrt{7}) \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \\ &= \sqrt{10} + 2\sqrt{6} - \sqrt{14} \end{aligned}$$

Ejemplo 2

$$\begin{aligned} & 4\sqrt{7}(5\sqrt{3} + 3) \\ &= 4\sqrt{7} \cdot 5\sqrt{3} + 4\sqrt{7} \cdot 3 \\ &= 20\sqrt{21} + 12\sqrt{7} \end{aligned}$$

Ejemplo 3

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}(\sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{12}) \\ &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} \\ &= \sqrt{15} - \sqrt{18} + \sqrt{36} \\ &= \sqrt{15} - \sqrt{9 \cdot 2} + 6 \\ &= \sqrt{15} - 3\sqrt{2} + 6 \end{aligned}$$

Ejemplo 4

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{5}(2\sqrt{2} + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{18}) \\ &= 3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{2} + 3\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{6} - 3\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{18} \\ &= 6\sqrt{10} + 9\sqrt{30} - 12\sqrt{90} \\ &= 6\sqrt{10} + 9\sqrt{30} - 12\sqrt{9 \cdot 10} \\ &= 6\sqrt{10} + 9\sqrt{30} - 12 \cdot 3\sqrt{10} \\ &= 6\sqrt{10} + 9\sqrt{30} - 36\sqrt{10} \\ &= -30\sqrt{10} + 9\sqrt{30} \end{aligned}$$



¿Cómo resolver esto?  $(\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{2} + \sqrt{5}) &= \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{5} \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{15} - \sqrt{14} - \sqrt{35} \end{aligned}$$

En este caso, también se debe realizar una multiplicación "término a término", aplicando la propiedad distributiva.

Otros ejemplos:

Ejemplo 1

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{5} + 5) \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{2} \cdot 5 + 3 \cdot \sqrt{5} + 3 \cdot 5 \\ &= \sqrt{10} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{5} + 15 \end{aligned}$$

Ejemplo 2

$$\begin{aligned} & (4\sqrt{7} + 2\sqrt{5})(5\sqrt{3} + \sqrt{2}) \\ &= 4\sqrt{7} \cdot 5\sqrt{3} + 4\sqrt{7} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{5} \cdot 5\sqrt{3} + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \\ &= 20\sqrt{21} + 4\sqrt{14} + 10\sqrt{15} + 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

Ejemplo 3

$$\begin{aligned} & (\sqrt{10} + 8)(\sqrt{10} - 8) \\ &= \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} - \sqrt{10} \cdot 8 + 8 \cdot \sqrt{10} - 8 \cdot 8 \\ &= \sqrt{100} - 8\sqrt{10} + 8\sqrt{10} - 64 \\ &= 10 - 64 \\ &= -54 \end{aligned}$$

Suma por diferencia

Ejemplo 4

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2 \\ &= (\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \\ &= \sqrt{4} + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + 4\sqrt{9} \\ &= 2 + 4\sqrt{6} + 4 \cdot 3 \\ &= 2 + 4\sqrt{6} + 12 \\ &= 14 + 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

Cuadrado de binomio

PRODUCTOS NOTABLES CON RAÍCES

Suma por diferencia

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

- 1)  $(\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 5) = (\sqrt{3})^2 - (5)^2 = 3 - 25 = -22$
- 2)  $(\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1) = (\sqrt{7})^2 - (1)^2 = 7 - 1 = 6$
- 3)  $(\sqrt{5} + \sqrt{6})(\sqrt{5} - \sqrt{6}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{6})^2 = 5 - 6 = -1$
- 4)  $(2\sqrt{6} + \sqrt{10})(2\sqrt{6} - \sqrt{10}) = (2\sqrt{6})^2 - (\sqrt{10})^2 = 2^2 \cdot 6 - 10 = 4 \cdot 6 - 10 = 24 - 10 = 14$
- 5)  $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 3^2 \cdot 2 - 2^2 \cdot 3 = 9 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 18 - 12 = 6$

Cuadrado de Binomio

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- 1)  $(\sqrt{3} + 5)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 5 + (5)^2 = 3 + 10\sqrt{3} + 25 = 28 + 10\sqrt{3}$
- 2)  $(\sqrt{7} - 1)^2 = (\sqrt{7})^2 - 2 \cdot \sqrt{7} \cdot 1 + (1)^2 = 7 - 2\sqrt{7} + 1 = 8 - 2\sqrt{7}$
- 3)  $(\sqrt{5} + \sqrt{6})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 = 5 + 2\sqrt{30} + 6 = 11 + 2\sqrt{30}$
- 4)  $(2\sqrt{6} - \sqrt{10})^2 = (2\sqrt{6})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{10} + (\sqrt{10})^2 = 24 - 4 \cdot \sqrt{60} + 10 = 24 - 8\sqrt{15} + 10 = 34 - 8\sqrt{15}$
- 5)  $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{2})^2 + 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 = 18 + 12\sqrt{6} + 12 = 30 + 12\sqrt{6}$

EJERCICIOS

a) $\sqrt{2}(\sqrt{3} - 5) =$	þ) $(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) =$	k) $(\sqrt{2} + 1)^2 =$
b) $2\sqrt{5}(\sqrt{3} + 8) =$	q) $(5\sqrt{3} + 5)(5\sqrt{3} - 5) =$	l) $(\sqrt{3} - 2)^2 =$
c) $3\sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2) =$	h) $(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5}) =$	m) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 =$
d) $(\sqrt{7} + 5)(\sqrt{2} - 1) =$	i) $(2\sqrt{6} + \sqrt{3})(2\sqrt{6} - \sqrt{3}) =$	n) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{5})^2 =$
e) $(2\sqrt{3} + \sqrt{5})(5\sqrt{2} - 3\sqrt{7}) =$	j) $(6\sqrt{2} + 2\sqrt{5})(6\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) =$	o) $(5\sqrt{6} + 4\sqrt{7})^2 =$

Para complementar: Escanea los siguientes códigos QR desde tu dispositivo móvil o haz click en los links respectivos.



Operatoria con Raíces II. Adición y Sustracción.  
[https://www.youtube.com/watch?v=L0\\_djCVy2HU](https://www.youtube.com/watch?v=L0_djCVy2HU)



Operatoria con Raíces III. Propiedad Distributiva y Término a Término.  
[https://www.youtube.com/watch?v=b1\\_oTil9SsY](https://www.youtube.com/watch?v=b1_oTil9SsY)



Operatoria con Raíces IV. Productos Notables con Raíces Inexactas.  
<https://www.youtube.com/watch?v=Rr56EFQ3yJA&t=85s>